

國立虎尾科技大學九十七學年度研究所(碩士在職專班)入學試題

所別：機械與機電工程研究所

科目：考試科目 (工程數學)

注意事項：

- (1) 本試題共有選擇題十六題，每題五分，共八十分；問答題二題，每題十分，共二十分。
(2) 請依序作答在答案卷上並註明題號。

一、選擇題

1. 二階常微分線性齊次方程式的解含有幾個積分常數 (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個
2. 右列微分方程式那一個為非線性微分方程式 (A) $y' + y = \tan x$ (B) $x^2 y'' + xy' + 2y = 0$ (C) $7y'' = (x^2 + x + 1)y^2$ (D) $x^2 y''' + 2e^x y'' = x^2 + 6$
3. 右列微分方程式那一個無法用分離變數法求解 (A) $x^2 y' = 1 + y$ (B) $y' = y^2 e^{-x}$ (C) $xy' + y = y^2$ (D) $\cos(y)y' = \sin(x + y)$
4. 實數常係數微分方程式 $y'' + Ay' + By = 0$ ，其特徵式 $\lambda^2 + A\lambda + B = 0$ 解根情況，下列敘述何者為非 (A) 兩相異實根 (B) 兩重根 (C) 兩共軛虛根 (D) 解根不一定存在
5. 右列微分方程式那一個為非齊次微分方程式 (A) $x^2 y''' y' + 2e^x y'' + 3x^2 = 0$ (B) $x^2 y'' + 6xy' + 2y = 0$ (C) $7e^x y'' = (x^2 + x + 1)y^2$ (D) $xy' + y^3 = 0$
6. 右列那兩個函數為線性獨立 (A) e^{-x} , $20e^{-x}$ (B) $2x$, $9x$ (C) $\sin 2x$, $\cos x \sin x$ (D) $128 \ln x$, $5 \ln x$
7. 右列敘述何者為非 (A) 兩函數線性相依則 Wronskian 為 0 (B) 兩函數線性獨立則 Wronskian 為 0 (C) 兩函數線性獨立則其相除為一變數 (D) 兩函數線性相依則其相除為一常數
8. 有關微分方程式求解，右列敘述何者為非 (A) 非齊次微分方程式的解包含常解(homogeneous solution)與特解 (B) 齊次微分方程式只有常解 (C) 解裡面所包含的積分常數於幾何學裡表示一曲線族 (D) 積分因子無法使非正合微分方程式變成正合

9. 下列微分方程式何者為正合(exact) (A) $e^x \sin(y) - 2x + (e^x \cos(y) + 1)y' = 0$ (B) $xy' - 3y = 2x^3$ (C) $y' + y = y^4$ (D) $y^2 + y - xy' = 0$
10. 右列敘述何者為非 (A) 用拉普拉斯解微分方程式過程中相當於在解代數方程式 (B) 片段連續函數不可用拉普拉斯做轉換 (C) 週期性函數可用拉普拉斯做轉換 (D) 1 的拉普拉斯轉換為 $\frac{1}{s}$
11. $\vec{a} = 1\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$, 則 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ (A) 12 (B) $8\vec{i}$ (C) 10 (D) -12
12. $\vec{a} = 1\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, 則 $\vec{a} \times \vec{b} =$ (A) $\vec{0}$ (B) 3 (C) $3\vec{j} - 6\vec{i}$ (D) $-3\vec{j} + 6\vec{i}$
13. 若 $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & ? & 9 \end{bmatrix}$ 矩陣為一個對稱矩陣, 則 ? 號處之數值為 (A) 1 (B) 5 (C) 9 (D) 6
14. 若 $\begin{bmatrix} 0 & 3 & ? \\ -3 & 0 & 6 \\ 7 & -6 & 0 \end{bmatrix}$ 矩陣為一個反對稱矩陣, 則 ? 號處之數值為 (A) 3 (B) 8 (C) -7 (D) 6
15. $\vec{a} = 6\vec{i} + 8\vec{k}$, 則其單位向量為 (A) $\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{k}$ (B) $\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$ (C) $\frac{3}{10}\vec{i} + \frac{4}{10}\vec{k}$ (D) $3\vec{i} + 4\vec{k}$
16. 求 $\phi(x, y, z) = x^2y - xe^x$ 在 $(2, -1, 0)$ 點沿 $2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ 方向之方向導數 (A) 6 (B) $-\frac{21}{\sqrt{28}}$ (C) $-\frac{28}{\sqrt{21}}$ (D) 10

二、問答題

- 工程數學與您日常生活或目前工作有何關聯? 請舉例說明。又您規劃如何將此工具應用在目前工作或未來之研究主題上。
- 電路系統: $LI''(t) + RI'(t) + \frac{1}{C}I(t) = E_0 \omega \cos \omega t$ 與機械系統: $c \frac{dx}{dt} + kx(t) + m \frac{d^2x}{dt^2} = F(t)$ 。
請寫出兩者間相互對應類比之元件。