

國立虎尾科技大學九十七學年度研究所（碩士班）入學試題

所別：機械與機電工程研究所（甲、乙、丙、丁組）

科目：考試科目 1（工程數學）

注意事項：

- (1) 本試題共有五題，每題二十分，合計一百分。  
(2) 請依序作答在答案卷上並註明題號。

一、試求解下列常微分方程式。(20%)

(a)  $x \frac{dy}{dx} + 2y = e^{x^2}$ ,  $y(1)=0$ 。(10%)

(b)  $y'' - 2y - 3y = 4 \cos^2 x$  (10%)

二、求下列函數之拉氏轉換、拉氏反轉換。(20%)

(a) 拉氏轉換  $f(t) = |\sin wt|$ ,  $t \geq 0$ ;  $F(s) = ?$  (10%)

(b) 試求函數  $F(s) = \frac{s}{(s+1)(s-2)^2}$  之拉氏反轉換  $f(t)$ 。(10%)

三、設二階方陣  $C = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，求解下列問題。(20%)

(a) 試求  $C$  之特徵值與特徵向量。(10%)

(b) 試求  $C^{100}$ 。(若  $C^2 = CC$ 、 $C^3 = CCC$ 、...)。(10%)

四、令  $f(x) = \frac{x^2}{2}$ ,  $-\pi \leq x \leq \pi$ ，試以傅立葉級數展開並以此求級數

$\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2$  之和為? (20%)

五、試求解聯立常微分方程式  $\begin{bmatrix} dx_1/dt \\ dx_2/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e^{2t}$  ,

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \circ (20\%)$$