

國立虎尾科技大學九十六學年度研究所(碩士班)考試入學試題

所別：電機工程系碩士班

科目：考試科目 1 (工程數學)

注意事項：

- (1) 本試題共有五題，每題二十分，共一百分。
- (2) 請依序作答在答案卷上並註明題號。

1. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \end{bmatrix}$

- (a) 求矩陣 A 之特徵值。(10%)
- (b) 求矩陣 A 之特徵向量。(10%)

2. 有一非齊次二階微分方程式 $y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3x}$

- (a) 已知一齊次解(Homogeneous Solution) $y = e^{-3x}$ 找出另一獨立的齊次解。(10%)
- (b) 求此非齊次二階微分方程式的通解(General Solution)。(10%)

3. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$

- (a) 矩陣 A 的秩(Rank)為何？(10%)
- (b) 求其反矩陣 A^{-1} 。(10%)

4. 求下列(a)與(b)之反拉氏轉換(Laplace Inverse Transformation)

(a) 若 $F(s) = \frac{s+6}{s^3 + s^2 - 6s}$, $f(t) = ?$ (10%)

(b) 若 $Y(s) = \ln(1 + \frac{1}{s^2})$, $y(t) = ?$ (10%)

5. 當 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 時 $f(x) = 1$; 當 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ 時 $f(x) = -1$, 且 $f(x+2\pi) = f(x)$

(a) 試求出此函數 $f(x)$ 之傅立葉(Fourier)展開式。 (10%)

(b) 利用(a)結果, 求 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1}$ 。 (10%)