國立虎尾科技大學九十六學年度研究所（碩士班）入學試題

所別：航空與電子科技研究所（甲、乙組）
科目：考試科目1(工程數學)

> 注意事項：
> （1）共五大題，每大題二十分，共一百分。
> （2）請依序作答於答案卷上並註明題號。

1. 求解下列微分方程式。 (20%)

   (a) $(x^3 y^2 + y^2)dx + (x^3 y^4 + y^2 x^3)dy = 0$ （5％）

   (b) $x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \ln x$ （15％）

2. 應用拉普拉斯轉換求解下列問題。 (20%)

   $y'' + 4y' + 5y = 2\delta(t-1), y(0) = 0, y'(0) = 2$

3. 回答下列矩陣問題。 (20%)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

   (a) Find the determinant and inverse matrix of A. （10％）
   (b) Find the eigenvalues and corresponding eigenvectors of A. （10％）

4. Prove the following theorem:

If a periodic function $f(x)$ with period 2π is piecewise continuous in the interval $-\pi \le x \le \pi$ and has a left-hand derivative and right-hand derivative at each point of that interval, then the Fourier series of $f(x)$ is convergent. (20%）

5. Does Gaussian elimination method change the determine value of a matrix? Does it change the rank of a matrix? Please prove your answers. (20%）