

國立虎尾科技大學九十六學年度研究所(碩士班)考試入學試題

所別：光電與材料科技研究所(丁組)

科目：考試科目2(線性代數50%、離散數學50%)

注意事項：

- (1) 本試題共有八題，其中一到四題為線性代數題，五到八題為離散數學題，每題配分如問題前所示。
- (2) 請依序作答在答案卷上並註明題號。

1. 請利用 Gram-Schmidt 正交化過程，求下列基底之單範正交化基底
 $B = \{(1, 1, 0), (1, 2, 0), (0, 1, 2)\}$ (10%)

2. 利用 LU 分解，求解下列線性系統。(15%)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 2 \\2x_1 + 6x_2 - 6x_3 &= -4 \\3x_1 + 7x_2 - x_3 &= 14\end{aligned}$$

3. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & x & 3 \\ y & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，同時 $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \\ y & x \end{bmatrix}$ 。若 $AB = \begin{bmatrix} 11 & 13 \\ -8 & 4 \end{bmatrix}$

(a) 求 x 和 y ? (5%)

(b) 計算 BA . (5%)

4. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$

(a) 求 A 的特徵值(eigenvalues) (6%)

(b) 求 A 的特徵向量(eigenvectors) (9%)

5. 設 a_r 代表有 r 個頂點之完全圖 (complete graph) 之邊的數目

(a) 以 a_{r-1} 的形式寫出 a_r 的遞迴關係式? (5%)

(b) 以特徵方程式法求解此遞迴關係式? (10%)

6. 一個計算機網路由 6 台計算機組成。每台計算機至少直接連接到一台其他的計算機。證明網路中至少有 2 台計算機直接連接相同數目的其他計算機。(10%)

7. 對每一個 $n \geq 4$ 之正整數 n ，使用數學歸納法證明 $2^n < n!$ (10%)

8. (a) 求 $2^5 3^3 7^2$ 和 $2^4 3^5 7^2$ 之最小公倍數? (5%)

(b) 對所有實數 x 及 y 請問 $\lceil x+y \rceil = \lceil x \rceil + \lceil y \rceil$ 若是對請證明? 不對請舉例說明? (10%)